

ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

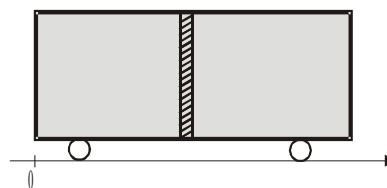
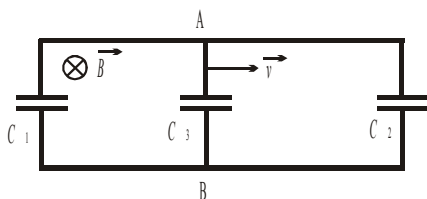
Задаци за републичко такмичење ученика средњих школа 2008. године
III разред

1. Човек са инструментом за снимање звука налази се у подножју зида. Из велике удаљености до њега долазе звучни таласи фреквенције $\nu_0 = 1\text{kHz}$. Одредите три најмање удаљености од зида на којима ће посматрач чути звук најслабије и какав ће звук чути ако се удаљава од зида брзином $u = 0.15\text{m/s}$. Претпоставити да звучни таласи имају раван таласни фронт и да им је правац простирања паралелан тлу. (20 поена)

2. Између паралелних металних шина, које су на растојању L , су везани кондензатори C_1 и C_2 као на слици 1. Проводни штап са кондензатором капацитета C_3 може да клизи без трења дуж шина. Хомогено магнетно поље индукције B усмерено је нормално на раван шина. Штап се креће константном брзином v . Одредити наелектрисање кондензатора C_3 и напон између шина А и В. Нацртати шему еквивалентног струјног кола са означеним наелектрисањима кондензатора. (20 поена)

3. На крајевима опруге направљене од изолатора и константе еластичности k , налазе се две куглице чије су масе m . Једна куглица је фиксирана, док друга може да клизи без трења по хоризонталној подлози од изолатора. Дужина опруге у неистегнутом стању је l_0 . Када се куглице наелектришу једнаким количинама наелектрисања истог знака, дужина опруге у равнотежном стању се повећа за $l_0/3$. Одредити фреквенцију малих осцилација када су тела наелектрисана, ако је фреквенција малих осцилација пре наелектрисавања тела износила ν . Користите апроксимацију $(1+x)^n \approx 1+nx$, за мало x . (20 поена)

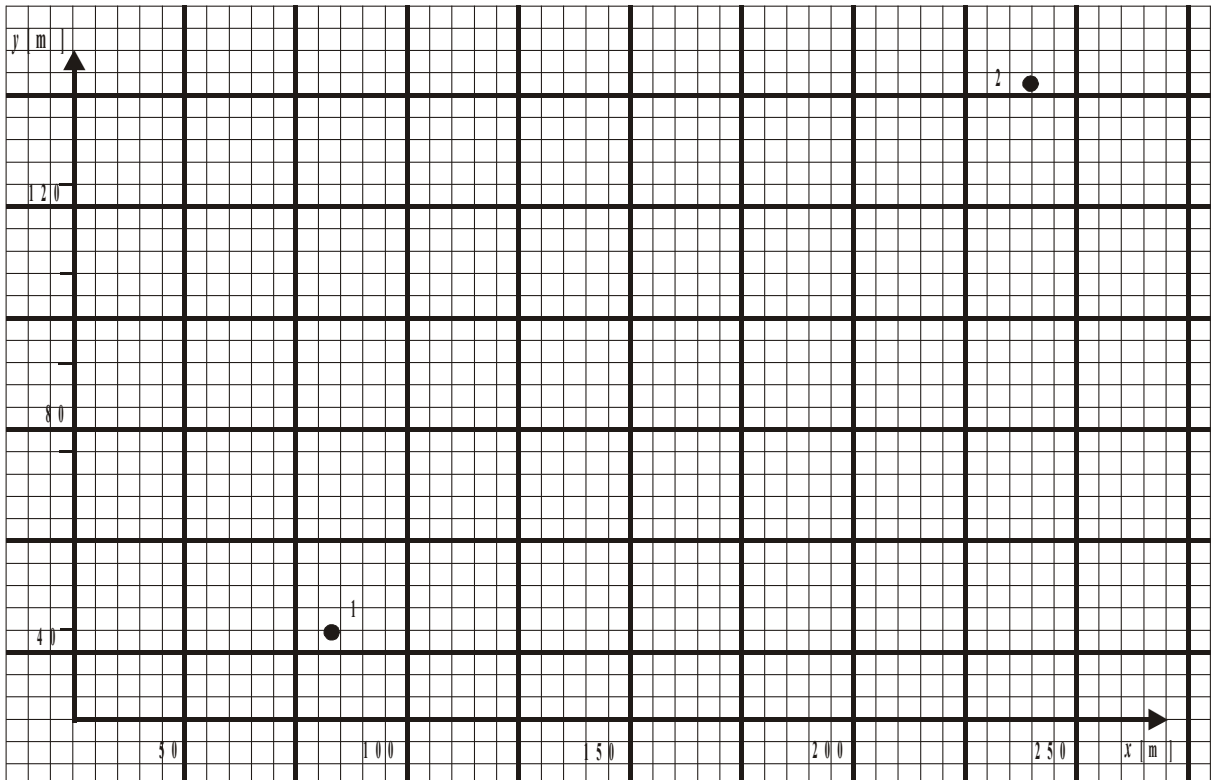
4. Вагон масе M и дужине L може без трења да се креће по хоризонталним шинама (слика 2). Вагон је испуњен гасом који је вертикалном преградом подељен на два једнака дела. Преграда је занемарљиве масе и може без трења да се креће по дужини вагона. У почетку је температура гаса T . У десној половини вагона се укључује грејач, који температуру гаса у том делу вагона повећа на $2T$, док се у левом делу температура не мења. Одредити за колико се вагон помери ако је маса целог гаса m . (20 поена)



Слика 1

Слика 2

5. Брзина чамца у односу на воду је константна, нормална на правац тока реке и износи $v = (2.0 \pm 0.1) \text{ m/s}$ (правац прамац-крма нормалан на обалу). Положаји чамца у два тренутка су означени са 1 и 2 на графику. Координатна x оса је паралелна обали а y оса нормална на обалу. Чамац се у почетном тренутку не налази у координатном почетку. Одредити брзину реке u и проценити њену апсолутну грешку. (20 поена)



Задатке припремила: др Андријана Жекић
 Рецензент: др Мићо Митровић
 Председник Комисије: др Мићо Митровић

**Решења задатака за републичко такмичење ученика средњих школа, 2008.г.
III разред**

1. $2d = n\lambda \Rightarrow d = n\lambda/2 = nv/2\nu \Rightarrow$

Тражене три најмање удаљености су **0cm, 17cm, 34cm . (1+1+1)**

Када се посматрач удаљава брзином $u = 0.15\text{m/s}$ долази до Доплеровог ефекта.

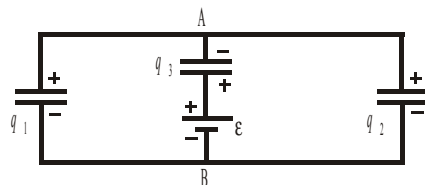
$\nu_1 = \nu_0(1 + u/\nu)$ (4) и $\nu_2 = \nu_0(1 - u/\nu)$ (4) \Rightarrow Посматрач чује ударе звука чија је фреквенција $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 = 2\nu_0 u/\nu = 0.88\text{Hz}$ (8+1).

2. Еквивалентна шема кола је дата на слици (2). Индукована ЕМС $\mathcal{E} = Blv$ (2) наелектрисава кондензаторе, па важи:

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \varphi_A - \varphi_C + \varphi_C - \varphi_B = -U_C + \mathcal{E} = U_1 = U_2 \quad (2)$$

$$q_1/C_1 = q_2/C_2 = \mathcal{E} - q_3/C_3 \quad (3)$$

$$q_1 + q_2 - q_3 = 0 \quad (2)$$



Кондензатор C_3 наелектрисан је као на слици (Ленцово правило), а друга два према њему (2). Очигледно се ради о редно везаном кондензатору

C_3 са паралелном везом кондензатора C_1 и C_2 , па је:

$$q_3 = \frac{Blv}{\frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_3}} = Blv \frac{C_3(C_1 + C_2)}{C_1 + C_2 + C_3}, \quad (3) \quad q_3 = 1.5\text{mC} \quad (1)$$

$$U_{AB} = \mathcal{E} - \frac{q_3}{C_3} = Blv \frac{C_3}{C_1 + C_2 + C_3} \quad (2) \quad U_{AB} = 0.5\text{mV} \quad (1)$$

3. Нека је l_0 дужина опруге у неистегнутом стању, а k константа еластичности, а Q количина наелектрисања. У стању мировања уравнотежене су одбојна електростатичка сила и сила еластичности, а опруга је истегнута за $l_0 + x_0$, па је $q^2 / [4\pi\epsilon_0 (l_0 + x_0)^2] = kx_0$ (3). Ако је систем изведен из равнотежног положаја за $x \ll$

$$l_0 + x_0, \text{ једначина кретања је } ma = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (l_0 + x_0 + x)^2} - k(x_0 + x) \quad (4).$$

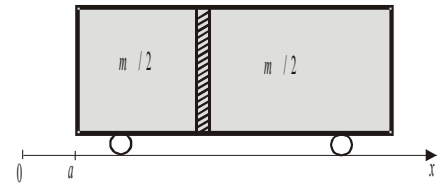
$$\text{Пошто је } \frac{1}{(l_0 + x_0 + x)^2} = \frac{1}{(l_0 + x_0)^2} \frac{1}{[1 + x/(l_0 + x_0)]^2} \approx \frac{1 - 2x/(l_0 + x_0)}{(l_0 + x_0)^2} \quad (3)$$

$$\Rightarrow ma = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (l_0 + x_0)^2} [1 - 2x/(l_0 + x_0)] - k(x_0 + x) = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (l_0 + x_0)^3} 2x - kx,$$

$$ma = -\frac{2kx_0}{l_0 + x_0} x - kx \quad (3), \text{ пошто је } x_0 = l_0/3, \text{ то је } ma = -\left(\frac{k}{2} + k\right)x = -\frac{3}{2}kx \quad (2)$$

Тражена фреквенција ће бити $\nu' = \nu\sqrt{3/2}$ (5), пошто је $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$.

4. Очигледно су исте масе гаса с обе стране препреке, па после укључивања грејача важи: $pV_1 = nRT$ и $pV_2 = 2nRT \Rightarrow V_2 = 2V_1$, (4) па је преграда на удаљености $l = L/3$ од левог краја вагона (1). Усмеримо x - осу дуж шина са координатним почетком код левог краја вагона.



Координата центра масе система вагон-гас пре укључивања грејача је:

$$x_1 = \frac{ML/2 + mL/2}{M + m} = \frac{L}{2}. \quad (3)$$

Ако се при загревању вагон помери за a у десно, тада је координата центра масе система је:

$$x_2 = \frac{M(L/2 + a) + (m/2)(L/6 + a) + (m/2)(2L/3 + a)}{M + m} = a + \frac{ML/2 + 5mL/12}{M + m} \quad (5).$$

Дуж x - осе не делују спољашње силе, центар масе не мења положај ($x_1 = x_2$) (2), па се вагон помери у десно за

$$a = \frac{m}{12(M + m)} L. \quad (5)$$

5. У тренутку 1 координате чамца су

$$x_1 = 83\text{m} \text{ и } y_1 = 44\text{m}, \text{ а у тренутку 2 } x_2 = 240\text{m} \text{ и } y_2 = 142\text{m} \text{ (0.5 свака).}$$

Кретање дуж обе осе траје исто, па је

$$(x_2 - x_1)/u = (y_2 - y_1)/v \Rightarrow (3) \quad u = v \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} \quad (1) \quad u = 2.0 \frac{157}{98} \approx 3.204\text{m/s} \quad (6)$$

$$\Delta u = u \left(\frac{\Delta v}{v} + \frac{\Delta x_2 + \Delta x_1}{x_2 - x_1} + \frac{\Delta y_2 + \Delta y_1}{y_2 - y_1} \right) \quad (2)$$

$$u = 3.204\text{m/s} \left(\frac{0.1}{2.0} + \frac{4}{157} + \frac{4}{98} \right) \approx 0.37\text{m/s} \quad (4)$$

$$u = (3.2 \pm 0.4)\text{m/s} \quad (2)$$