

ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

Задаци за окружно такмичење ученика средњих школа

11. март 2006.

III разред

1. Тело масе $M = 100 \text{ g}$ клизи без трења низ стрму раван нагибног угла $\alpha = 30^\circ$. Када тело пређе пут $l = 20 \text{ cm}$ у њега удара куглица масе $m = 10 \text{ g}$, која лети ка телу у хоризонталном правцу. Колику брзину треба да има куглица да би се после пластичног (апсолутно нееластичног) судара тело зауставило? (20п)

2. Математичко клатно дужине l , са куглицом масе m и наелектрисања q , врши хармонијске осцилације амплитуде A на висини r од хоризонталне дебеле металне плоче. Одредити период малих осцилација клатна и интензитет магнетне индукције у тачки вешања клатна. У почетном тренутку клатно је било у равнотежном положају. Занемарити губитке енергије. (20п)

3. Простор између плоча кондензатора је испуњен плочицом диелектричне пропустљивости ϵ_r . Кондензатор је редно везан у струјно коло са отпорником отпорности R и извором једносмерне струје, електромоторне силе E . Када је између плоча кондензатора ваздух, капацитет му је C_0 . Плочица се веома брзо извлачи из кондензатора, тако да се наелектрисање на кондензатору практично не промени у току процеса извлачења. Одредити:

а) Механички рад који је извршен при извлачењу плочице, A_{meh} . (5п)

б) Промену енергије електричног поља у кондензатору од тренутка када је плочица извучена из њега до тренутка успостављања равнотежног стања система, ΔW . (5п)

в) Рад извора струје, A_e . (5п)

г) Количину топлоте која се издваја на отпорнику, Q . (5п)

4. Шипка дужине $L = 1 \text{ m}$ и занемарљиве масе једним крајем може без трења да ротира око хоризонталне осовине, а другим се ослања на опругу крутости $k = 100 \text{ N/m}$. На фиксној удаљености $l = 60 \text{ cm}$ од осовине, за шипку је причвршћен тег масе $m = 1 \text{ kg}$. Одредити период малих осцилација штапа.

5. Кроз вертикално магнетно поље, са велике висине, пада прстен пречника d и отпорности R , тако да раван у којој лежи прстен остаје стално хоризонтална. Индукција магнетног поља се мења по висини по једначини $B = B_0(1 + \alpha H)$. После неког времена прстен пада константном брзином. Одредити ту брзину, ако се губици енергије на зрачење могу занемарити.

Задатке припремила: Андријана Жекић

Рецензент: Мићо Митровић

Председник Комисије: Мићо Митровић

Решења задатака за окружно такмичење ученика средњих школа, 2006.г.

III разред

1. Брзина тела пре судара је $v = \sqrt{2gl \sin \alpha}$ (3п). Закон одржања импулса (пројекција на хоризонталан правац) $mv - M\sqrt{2gl \sin \alpha} \cos \alpha = 0$ (10п), па је $v = M\sqrt{2gl \sin \alpha} \cos \alpha / m$, (6п) $v \approx 12,1 \text{ m/s}$ (1п). Узима се пројекција на хоризонталу, а не дуж стрме равни, због тога сто је једино у односу на хоризонталу систем изолован, па важи закон одржања импулса. Пројекција Закона о одржању импулса на правац стрме равни није дозвољена јер у том правцу делује компонента силе Земљине теже. Наиме, у задатку није речено да процес судара траје бесконачно кратко. Процес нееластичног судара траје одређено време, време заусатвљања куглице масе m у, или на, телу масе M . За то време сила Земљине теже делује на систем та два тела, односно, систем није изолован.

2. Куглица и њен "лик" се привлаче силом $F = kq^2/4r^2$ (1п), што додатно убрзава кретање куглице у пољу Земљине теже. $g' = g + F/m = g + kq^2/4r^2m$ (4п), па је период $T = 2\pi\sqrt{l/g'} = 2\pi\sqrt{4r^2ml/(4r^2mg + kq^2)}$ (4п). Индукција је разлика индукција од куглице и "лика": $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{qv}{l^2} - \frac{qv}{(l+2r)^2} \right)$ (5п), $B = \frac{\mu_0 q A \omega \cos \omega t}{4\pi} \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{(l+2r)^2} \right)$, $\omega = 2\pi/T$ (6п).

3. а) Не тече струја $\Rightarrow Q = 0$, не мења се наелектрисање $\Rightarrow A_i = 0$, рад је једнак промени енергије електричног поља $A_{\text{meh}} = \Delta W = W_2 - W_1$ (1п). $W_1 = \varepsilon_r C_0 E^2 / 2$,

$W_2 = q^2 / 2C_0 = \varepsilon_r^2 C_0^2 E^2 / 2C_0 = \varepsilon_r^2 C_0 E^2 / 2$ (2п), па је $A_{\text{meh}} = \varepsilon_r C_0 E^2 (\varepsilon_r - 1) / 2$ (2п).

б) При разелектрисавању се енергија поља промени за

$\Delta W = W_3 - W_2 = C_0 E^2 / 2 - \varepsilon_r^2 C_0 E^2 / 2 = (1 - \varepsilon_r^2) C_0 E^2 / 2$. (5п)

в) Рад извора, на преносу наелектрисања износи: $A_\varepsilon = E \Delta q = C_0 E^2 - \varepsilon_r C_0 E^2 = (1 - \varepsilon_r) C_0 E^2$. (5п)

г) Рад извора се троши на ослобађање топлоте и промену енергије поља ($A_\varepsilon = Q + \Delta W$), па је $Q = A_\varepsilon - \Delta W = (1 - \varepsilon_r)^2 C_0 E^2 / 2$ (5п).

НАПОМЕНА: За погрешан знак доделити 50% поена

4. Када се тег спусти по вертикали за x , опруга се спусти за $x_1 = Lx/l$. Опруга на шипку делује на више силом $F_1 = kx_1 = kLx/l$ (3п). Пошто је штап занемарљиве масе, момент сила који на њега делује мора бити нула (3п). Због тога на тег на штап делује на доле реституционом силом $F_2 = F_1 L/l = k(L/l)^2 x$ (5п). $k' = k(L/l)^2$ (4п). $T = (2\pi l/L) \sqrt{m/k}$ (4п), $T \approx 0.38 \text{ s}$. (1п)

5. Пошто је $\Delta B / \Delta t = \alpha B_0 \Delta h / \Delta t = \alpha B_0 v$ (2п), то је индукована ЕМС у прстену

$\varepsilon = \Delta \Phi / \Delta t = S \Delta B / \Delta t = \alpha B_0 v d^2 \pi / 4$ (4п). Кроз прстен тече струја

$I = \varepsilon / R = \alpha B_0 v d^2 \pi / 4 R$ (2п). По закону одржања енергије рад силе земљине теже, тј. промена потенцијалне енергије прстена, прелази у топлоту (4п). Када се прстен спусти за $\Delta h = v \Delta t$ важи $mgv \Delta t = I^2 R \Delta t$ $mgv = \alpha^2 B_0^2 v^2 d^4 \pi^2 / 16 R$ (3п), па је $v = 16 R m g / \alpha^2 B_0^2 d^4 \pi^2$. (5п)